Resolver el sistema de ecuaciones de tres incógnitas usando el método de gauss jordan

Solución del ejercicio

Ya es sabido que la solución de un problema de ecuaciones puede llevarse a cabo a través de diferentes formas: el uso de matrices facilita este proceso. La solución de ecuaciones a través del algebra de matrices se realiza gracias a la implementación de ecuaciones matriciales.

Las operaciones elementales a una matriz son de intercambio de filas, operación producto escalar por fila, producto escalar por fila y suma a otra fila, suma o resta de filas.

El método de gauss jordan consiste en crear la matriz aumentada entre la matriz original y los valores numéricos independientes de la ecuación y de llevar la matriz original a matriz identidad a través de operaciones de reducción entre renglones; es decir, la matriz de la izquierda de la matriz aumentada deberá terminar como la matriz identidad y los valores de cada variable del lado derecho con los que se aumentó la matriz serán los valores respectivos de cada incógnita.

Propiedades:

- Si al terminar de reducir la matriz aumentada se obtiene que toda una fila está compuesta por ceros entonces, la ecuación tendrá infinitas soluciones.
- Si al terminar de reducir la matriz aumentada se obtiene que toda una fila excepto el valor aumentado son todos cero, entonces la ecuación no tendrá solución, será una ecuación indeterminada.

$$\begin{cases} x+2y+z-w = 0 \\ 2x+3y+4w = -1 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 4 & -1 \end{array}\right] \xrightarrow{\text{Matriz Aumentada}}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 4 & -1 \end{array}\right] \xrightarrow{\text{Mf1(-2)+f2}}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 6 & -1 \end{array}\right] \xrightarrow{\text{Mf2(-1)}}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -6 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{\text{Mf2(-1)}}$$

Como resultado final se puede concluir que el sistema tiene infinitas soluciones debido a que existen variables paramétricas dependientes (z, w).

Convenciones:

Mfx(valor): Multiplicar la fila x por un valor
Mfx(valor) + filax2 : Multiplicar la fila x por un valor y sumarlo a la filax2
fx ↔ fx2: Intercambiar la fila x con la fila x2